**Activité : Théorème de Pythagore**



On considère deux carrés **identiques** de longueur de côté a+b. Chaque figure est constituée de 4 triangles rectangles identiques de longueur a, b et c et d’une partie grise. Le but est de comparer les aires des parties grises des deux figures et d’en déduire une relation entre les mesures a, b et c.

1. Pourquoi les aires des parties grises sont égales ?
2. Dans la figure A, quelle est l’expression de l’aire de la partie grise en fonction de a et b.
3. Dans la figure B :

a) Déterminer la mesure de l’angle .

b) En déduire que IJKL est un carré.

c) Déterminer l’expression de l’aire de la partie grise en fonction de c.

4) En fonction des questions précédentes, trouver une relation liant a, b et c.

**Démonstration :** 1) Les aires des surfaces grises dans chaque carré sont égales à l’aire du grand carré moins les aires des quatre triangles identiques. Ces aires sont donc égales.

2) Dans la première figure la surface grise est composée de deux carrés, l’un de côté **a** l’autre de côté **b** : l’aire est donc égale à **a² + b².**

3)a) On sait que les angles et d’une part et et d’autre part sont adjacents. Par ailleurs, par construction, D,L et C sont alignés.

On a ainsi : =

Or, comme les 4 triangles sont identiques, on déduit que et sont complémentaires. On en déduit que : = 180°- 90° = 90°.

b) On vient de montrer que IJKL a un angle droit. Par ailleurs, par construction, les quatre côtés ont la même longueur (c). Or, si un losange a un angle droit alors il en a 4 et c’est un carré. On en déduit ainsi que IJKL est un carré.

c) On déduit de ce qui précède que dans la deuxième figure la surface grise est un **carré** de côté **c** : l’aire est donc égale à **c².**

1. Comme les aires grises des deux figures sont égales, les deux expressions trouvées dans les questions précédentes sont égales. On a donc **a² + b² = c²**. Ce qui prouve le théorème de Pythagore.